INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE
ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES

CONCOURS POUR L'ADMISSION D'ÉLÈVES TITULAIRES STATISTICIENS ÉCONOMISTES À L'ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ADMINISTRATION ÉCONOMIQUE.

Mai 1976. — Option MATHÉMATIQUES

TROISIÈME COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2 heures

N. B. — 1° Sont autorisés à cette épreuve :

a. Les tables de logarithmes à cinq décimales;

b. Les tables de fonctions de Flavien, Hennequin et Laborde;

c. Les règles et cercles à calcul.

Le candidat indiquera, en tête de sa copie, la ou les tables dont il a fait usage.

2° On rappelle que la relation entre nombres réels :

$$y = \text{Arc tg } x,$$

équivaut à :

$$x = \text{tg } y \text{ et } -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$$

1° Posons $f(x) = \dfrac{ax + bx^3}{1 + cx^2} - \text{Arc tg } x,$

a, b, c désignant trois constantes réelles, et x une variable réelle.

Déterminer a, b, c de façon que, lorsque $x \to 0$, l'infiniment petit $f(x)$ soit d'ordre le plus élevé possible, x étant pris pour infiniment petit principal. On constatera que ce problème admet une solution unique.

Quelle est, a, b, c ayant les valeurs calculées ci-dessus, la partie principale de $f(x)$ lorsque $x \to 0$?

2° Dans tout ce qui suit, on suppose que a, b, c ont les valeurs calculées à la question précédente.

Vérifier que $f(-x) = -f(x)$, puis calculer $f'(x)$ et déterminer son signe.

Étudier les variations de $f(x)$ lorsque x décrit R.

3° Calculer $f''(x)$, résoudre l'équation $f''(x) = 0$ et déterminer le signe de $f''(x)$ selon les valeurs de x.

4° On appelle (C) la courbe dont l'équation, par rapport à un repère orthogonal Ox, Oy, est :

$$y = f(x)$$

Montrer que (C) admet, lorsque $x \to +\infty$, une asymptote (D) d'équation $y = \alpha x + \beta$, α et β étant deux réels dont on donnera les valeurs.

Déterminer la position de (C) par rapport à (D). Quelle est l'allure de (C) lorsque $x \to -\infty$?

Indiquer sommairement sur une figure la forme de la courbe (C).

5° Calculer, avec la précision permise par l'emploi des tables dont dispose le candidat, des valeurs décimales approchées des six nombres réels :

$$f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \; ; \; f(1) \; ; \; f(\sqrt{3}) \; ; \; f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \; ; \; f'(1) \; ; \; f'(\sqrt{3})$$

6° Utiliser les résultats précédents pour dessiner soigneusement, sur papier millimétré, la partie de (C) telle que $x \geqslant 0$. On figurera l'asymptote de (C) sur ce dessin. Les unités seront les suivantes :

— 50 millimètres sur Ox;
— 500 millimètres sur Oy.

7° h désignant un réel positif ou nul, on pose :

$$F(h) = \int_0^h [f(x) - \alpha x - \beta]\, dx$$

Exprimer $F(h)$ à l'aide des fonctions usuelles. Rechercher si $F(h)$ admet, lorsque $h \to +\infty$, une limite, éventuellement infinie, et trouver, le cas échéant, cette limite.

8° Calculer, avec la précision permise par l'emploi des tables dont dispose le candidat, des valeurs décimales approchées de $F\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; $F(1)$; $F(\sqrt{3})$.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail